STUDI DI FUNZIONE EFFETTUATI CON WIRIS (Computer Algebra System)

ESERCIZIO N°1 : $f(x) = -5 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 5$

$-5 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 5 \rightarrow -5 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 5$

Dominio : tutto R

Asintoti : nessuno (le f((x) razionali intere non ne hanno)

$\lim_{x \to \pm\infty} (-5 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 5) \rightarrow \mp\infty$

$\lim_{x \to 0} (-5 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 5) \rightarrow -5$

Intersezione con gli assi [cioè f(x)=0 e f(0)] :

risolvere$((-5 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 5) = 0) \rightarrow \{\{x = -1.0588\}\}$

$-5 \cdot 0^3 + 2 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 - 5 \rightarrow -5$

Punti Critici :

$\frac{d(-5 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 5)}{dx} \rightarrow -15 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 3$

risolvere$(-15 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 3 = 0) \rightarrow \left\{\left\{x = \frac{3}{5}\right\}, \left\{x = -\frac{1}{3}\right\}\right\}$

$\frac{d \frac{d(-5 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 5)}{dx}}{dx} \rightarrow -30 \cdot x + 4$

risolvere$(-30 \cdot x + 4 = 0) \rightarrow \left\{\left\{x = \frac{2}{15}\right\}\right\}$

$-30 \cdot \frac{3}{5} + 4 \rightarrow -14$

$-30 \cdot -\frac{1}{3} + 4 \rightarrow 14$

in $x = \frac{3}{5}$ c'è un massimo, mentre in $x = -\frac{1}{3}$ c'è un minimo

in $x = \frac{2}{15}$ c'è un flesso

Concavità/Convessità :

$\frac{d -15 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 3}{dx} \rightarrow -30 \cdot x + 4$

risolvere$(-30 \cdot x + 4 = 0) \rightarrow \left\{\left\{x = \frac{2}{15}\right\}\right\}$

$-30 \cdot x + 4 \rightarrow -30 \cdot x + 4$

$-30 \cdot \frac{3}{5} + 4 \rightarrow -14$

$-30 \cdot -\frac{1}{3} + 4 \rightarrow 14$

in $x = \frac{3}{5}$ è convessa, mentre in $x = -\frac{1}{3}$ è concava

in $x = \frac{2}{15}$ passa da convessa a concava

Grafico

tracciare$(-5 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 5) \rightarrow$ tracciante1

STUDI DI FUNZIONE EFFETTUATI CON WIRIS (Computer Algebra System)

ESERCIZIO N°2

$f(x)=\frac{x^3-3\cdot x+2}{8\cdot x^2-3}$

Dominio

$\text{risolvere}(8\cdot x^2-3=0) \rightarrow \left\{\left\{x=\frac{\sqrt{6}}{4}\right\},\left\{x=-\frac{\sqrt{6}}{4}\right\}\right\}$

la f(x) è definita in tutto R eccetto nei due punti di ascissa sopra indicata

Intersezione con gli assi :

$\text{risolvere}\left(\frac{x^3-3\cdot x+2}{8\cdot x^2-3}=0\right) \rightarrow \{\{x=-2\},\{x=1\}\}$

$f(0)=\frac{0^3-3\cdot 0+2}{8\cdot 0^2-3} \rightarrow 0 \mapsto -\frac{2}{3}$

Asintoti : verticali in $\left\{x=\frac{\sqrt{6}}{4}\right\},\left\{x=-\frac{\sqrt{6}}{4}\right\}$

$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^3-3\cdot x+2}{8\cdot x^2-3} \rightarrow \pm\infty$

$\lim_{x\to 0} \frac{x^3-3\cdot x+2}{8\cdot x^2-3} \rightarrow -\frac{2}{3}$

$\lim_{x\to -\frac{\sqrt{6}}{4}} \frac{x^3-3\cdot x+2}{8\cdot x^2-3} \rightarrow -\infty$

$\lim_{x\to +\frac{\sqrt{6}}{4}} \frac{x^3-3\cdot x+2}{8\cdot x^2-3} \rightarrow +\infty$

Asintoti Obliqui : $m=\frac{1}{8}$; q= 0 (passante per l'origine)

$\lim_{x\to +\infty} \frac{\frac{x^3-3\cdot x+2}{8\cdot x^2-3}}{x} \rightarrow \frac{1}{8}$

$\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{x^3-3\cdot x+2}{8\cdot x^2-3}-\frac{1\cdot x}{8}\right) \rightarrow 0$

Punti critici

$\frac{d\frac{x^3-3\cdot x+2}{8\cdot x^2-3}}{dx} \rightarrow \frac{8\cdot x^4+15\cdot x^2-32\cdot x+9}{64\cdot x^4-48\cdot x^2+9}$

$\text{risolvere}\left(\frac{8\cdot x^4-15\cdot x^2-32\cdot x+9}{64\cdot x^4-48\cdot x^2+9}=0\right) \rightarrow \{\{x=1\},\{x=0.3331\}\}$

nei punti{ {x=1} ,{x=0.3331} } c'è un massimo o un minimo a seconda di negatività o positività della derivata seconda in questi punti :

$\frac{d\frac{d\frac{x^3-3\cdot x+2}{8\cdot x^2-3}}{dx}}{dx} \rightarrow \frac{-336\cdot x^3+768\cdot x^2-378\cdot x+96}{512\cdot x^6-576\cdot x^4+216\cdot x^2-27}$

$\frac{-336\cdot 1^3+768\cdot 1^2-378\cdot 1+96}{512\cdot 1^6-576\cdot 1^4+216\cdot 1^2-27} \rightarrow \frac{6}{5}$

In x=1 la f''(x) è $\frac{6}{5}$, quindi si tratta di un minimo;

$\frac{-336\cdot 0.3331^3+768\cdot 0.3331^2-378\cdot 0.3331+96}{512\cdot 0.3331^6-576\cdot 0.3331^4+216\cdot 0.3331^2-27} \rightarrow -4.741$

In x=0,3331 la f'' (x)è −4.741, quindi si tratta di un massimo.

Concavità − Convessità :

In x=1 la f''(x) è $\frac{6}{5}$, quindi è concava (si tratta di un minimo);

In x=0,3331 la f ''(x) è −4.741, quindi è convessa (si tratta di un massimo).

per $x<-\frac{\sqrt{6}}{4}$ si ha f''(x)>0 quindi f(x)è concava , per es. per x= −1, −2, −3

$\frac{-336\cdot(-1)^3+768\cdot(-1)^2-378\cdot(-1)+96}{512\cdot(-1)^6-576\cdot(-1)^4-216\cdot(-1)^2-27} \rightarrow \frac{1578}{125}$

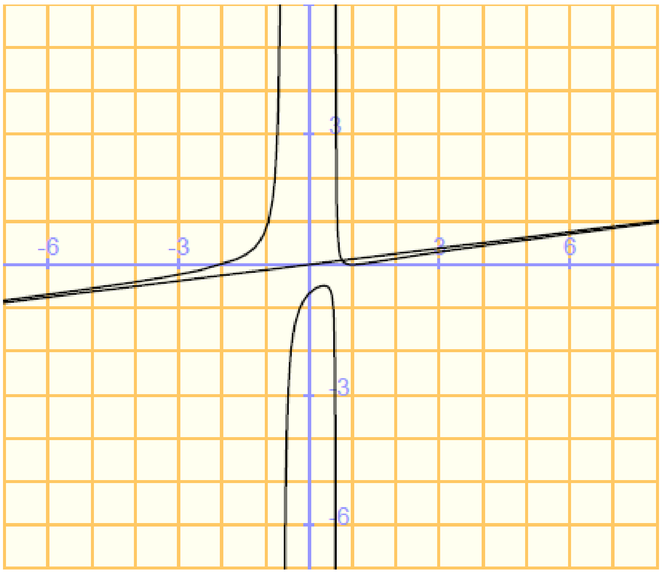
$\frac{-336\cdot(-2)^3+768\cdot(-2)^2-378\cdot(-2)+96}{512\cdot(-2)^6-576\cdot(-2)^4-216\cdot(-2)^2-27} \rightarrow \frac{228}{841}$

$\frac{-336\cdot(-3)^3+768\cdot(-3)^2-378\cdot(-3)+96}{512\cdot(-3)^6-576\cdot(-3)^4-216\cdot(-2)^2-27} \rightarrow \frac{5738}{109143}$

Grafico

$\text{tracciare}\left(\frac{x^3-3\cdot x+2}{8\cdot x^2-3}\right) \rightarrow \text{tracciante1}$

$\text{tracciare}\left(\frac{x}{8}\right) \rightarrow \text{tracciante1}$



STUDI DI FUNZIONE EFFETTUATI CON WIRIS (Computer Algebra System)

ESERCIZIO N°3 $f(x)=x+\frac{2}{x}$

$x+\frac{2}{x}$

Dominio

f(x) definita in tutto R eccetto $x=0$

Intersezione con assi

risolvere$\left(x+\frac{2}{x}=0\right)\mapsto$ impossibile

$f(0)\mapsto \pm\infty$

Asintoti

$\lim_{x\to\pm\infty}\left(x+\frac{2}{x}\right)$

$\lim_{x\to 0}\left(x+\frac{2}{x}\right)$

l'asse y è asintoto verticale

$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x+\frac{2}{x}}{x}$

la bisettrice del primo quadrante ($y=1\cdot x$) è asintoto obliquo.

Punti critici

$\frac{d\left(x+\frac{2}{x}\right)}{dx}$

risolvere$\left(\frac{x^2-2}{x^2}=0\right)$

nei punti $\{x=-\sqrt{2}\}$, $\{x=\sqrt{2}\}$ vi è un massimo o un minimo a seconda che la derivata seconda in essi sia negativa o positiva

$\frac{d\,\frac{d\left(x+\frac{2}{x}\right)}{dx}}{dx}$

$\frac{4}{(-\sqrt{2})^3}$

$\frac{4}{(+\sqrt{2})^3}$

nel punto $\{x=-\sqrt{2}\}$ vi è un massimo, e in $\{x=\sqrt{2}\}$ vi è un minimo

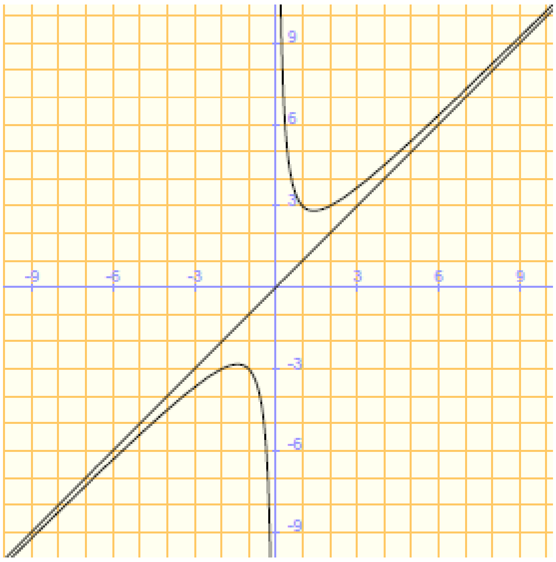
Concavità−Convessità

Analizzando la derivata seconda si può dire che per x negativo la f(x) è convessa, per x positivo la f(x) è concava.

Grafico

tracciare$\left((x)+\left(\frac{2}{x}\right)\right)$ ⟶ tracciante1

tracciare(x) ⟶ tracciante1



STUDI DI FUNZIONE EFFETTUATI CON WIRIS (Computer Algebra System)

ESERCIZIO N°4 : $f(x)=\frac{x+\sqrt{e^x}}{x}$

Dominio

Tutto R eccetto $x=0$

Intersezione con gli assi

$\text{risolvere}\left(\frac{x+\sqrt{e^x}}{x}=0\right)$ è impossibile

ricordando che

$\lim_{x\to 0} e^x \rightarrow 1$

$f(0)$ dà $\pm\infty$

Asintoti

$\lim_{x\to 0}\frac{x+\sqrt{e^x}}{x} \rightarrow \pm\infty$

l'asse y è un asintoto verticale

$\lim_{x\to +\infty}\frac{x+\sqrt{e^x}}{x} \rightarrow +\infty$

$\lim_{x\to -\infty}\frac{x+\sqrt{e^x}}{x} \rightarrow 1$

la retta $y=1$ è un asintoto orizzontale

$\lim_{x\to +\infty}\frac{\frac{x+\sqrt{e^x}}{x}}{x} \rightarrow 0$

non esistono asintoti obliqui

Punti Critici

$\frac{d\frac{x+\sqrt{e^x}}{x}}{dx} \rightarrow \frac{(x-2)\cdot e^x}{2\cdot x^2\cdot\sqrt{e^x}}$

$\text{risolvere}\left(\frac{(x-2)\cdot e^x}{2\cdot x^2\cdot\sqrt{e^x}}=0\right) \rightarrow \{\{x=2\}\}$

In $x=2$ c'è un massimo o un minimo a seconda che la derivata seconda nello stesso punto sia negativa o positiva

$\frac{d\frac{d\frac{x+\sqrt{e^x}}{x}}{dx}}{dx} \rightarrow \frac{(x^2-4\cdot x+8)\cdot e^x}{4\cdot x^3\cdot\sqrt{e^x}}$

$\frac{(2^2-4\cdot 2+8)\cdot e^2}{4\cdot 2^3\cdot\sqrt{e^2}} \rightarrow \frac{e}{8}$

In $x=2$ c'è quindi un minimo

Concavità/Convessità

$\frac{(2^2-4\cdot 2+8)\cdot e^2}{4\cdot 2^3\cdot\sqrt{e^2}} \rightarrow \frac{e}{8}$

$\frac{((-2)^2-4\cdot(-2)+8)\cdot e^{-2}}{4\cdot(-2)^3\cdot\sqrt{e^{-2}}} \rightarrow \frac{-5}{8\cdot e}$

In $x=2$ la $f(x)$ è concava, In $x=-2$ la $f(x)$ è convessa

Grafico

$\text{tracciare}\left(\frac{x+\sqrt{e^x}}{x}\right) \rightarrow \text{tracciante1}$